

Компонент ОПОП 09.03.02 Информационные системы и технологии  
наименование ОПОП

Б1.О.17  
шифр дисциплины

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Дисциплины  
(модуля)

Дополнительные разделы математического анализа

Разработчик (и):

Ромахова О.А.

ФИО

ст. преподаватель

должность

нет

ученая степень,  
звание

Утверждено на заседании кафедры

Высшей математики и физики

наименование кафедры

протокол № 6 от 22.03.2024

И.о. заведующего кафедрой ВМиФ



подпись

Левитес В.В.

ФИО

**1. Критерии и средства оценивания компетенций и индикаторов их достижения, формируемых дисциплиной (модулем)**

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора(ов) достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)			Оценочные средства текущего контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации
		<i>Знать</i>	<i>Уметь</i>	<i>Владеть</i>		
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Способен применять знания основ математики	теоретические основы математического анализа в части дифференциального и интегрального исчисления функций нескольких переменных (ФНП) и основных фактов из теории рядов: числовых, степенных, тригонометрических рядов Фурье	применять методы дифференциального и интегрального исчисления ФНП и основные положения теории числовых и функциональных рядов к решению задач	основными приемами математического моделирования с использованием ФНП и практическими навыками приложения степенных и тригонометрических рядов в задачах аппроксимации функций и исследования их спектральных характеристик	- типовые задания по вариантам для выполнения контрольных и расчетно-графических работ	Результаты текущего контроля

## 2. Оценка уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)

Показатели оценивания компетенций (индикаторов их достижения)	Шкала и критерии оценки уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)			
	Ниже порогового («неудовлетворительно»)	Пороговый («удовлетворительно»)	Продвинутый («хорошо»)	Высокий («отлично»)
<b>Полнота знаний</b>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущены не грубые ошибки.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки. Допущены некоторые погрешности.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки.
<b>Наличие умений</b>	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Выполнены типовые задания с не грубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объёме (отсутствуют пояснения, неполные выводы)	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные задания с некоторыми погрешностями. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые с недочётами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Задания выполнены в полном объёме без недочётов.
<b>Наличие навыков (владение опытом)</b>	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для выполнения стандартных заданий с некоторыми недочётами.	Продемонстрированы базовые навыки при выполнении стандартных заданий с некоторыми недочётами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
<b>Характеристика сформированности компетенции</b>	Компетенции фактически не сформированы. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач.  ИЛИ Зачетное количество баллов не набрано согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков достаточно для решения стандартных профессиональных задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных, в том числе нестандартных, профессиональных задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону

### 3. Критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля

#### 3.1 Критерии и шкала оценивания заданий расчетно-графической работы

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант контрольного задания.

##### Задание 1

Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = z(x, y)$  в замкнутой области  $D$ , ограниченной заданными линиями. Результаты решения вынести на область  $D$ , построенную в системе координат.

$$z = x^2 - xy + y^2 - 4x + 2y - 5, D: x = -2, y = -1, x + y = 3.$$

##### Задание 2

Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле  $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx$ .

##### Задание 3

Используя двойной интеграл, вычислить статический момент относительно оси  $Ox$  тонкой однородной пластинки, имеющей форму области  $D$ , ограниченной заданными линиями:  $xy = 4$ ,  $2x = y^2$ ,  $y = 3$ . Построить чертеж области интегрирования.

Указание. Считать плотность вещества  $\gamma(x, y) \equiv 1$ .

##### Задание 4

Используя тройной интеграл, вычислить массу тела, ограниченного поверхностями  $2x + z = 2a$ ,  $x + z = a$ ,  $y^2 = ax$ ,  $y = 0$  ( $y \geq 0$ ), если плотность в каждой его точке равна произведению абсциссы и ординаты этой точки.

##### Задание 5

Используя криволинейные интегралы, определить указанные величины.

5.1 Работу, производимую силой  $\vec{F} = \{y; -y - x^2\}$  при перемещении точечной массы  $m = 1$  вдоль дуги линии  $y = 2x - x^2$ , расположенной над осью  $OX$  и проходимой по ходу часовой стрелки.

5.2 Массу окружности  $x^2 + y^2 = ax$ , если линейная плотность материала в точке  $(x; y)$  равна расстоянию от этой точки до начала координат.

5.3 Функцию  $U(x, y)$  по ее полному дифференциалу  $dU = \frac{(x+y)dx - (x-y)dy}{x^2 + y^2}$ .

**Задание 6**

Дано двумерное скалярное поле  $U = U(x, y)$ , точка  $M_0(x_0; y_0)$  и вектор  $\vec{s}$ :

$$U = x^2 - 2y, \quad M_0(1; -1), \quad \vec{s} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

Требуется:

- 1) определить уравнения линий уровня и  $\overrightarrow{grad}U$ , описать смысл этих характеристик скалярного поля; построить несколько линий уровня в системе координат  $xOy$ ;
- 2) в точке  $M_0$  найти градиент скалярного поля  $U$ , производную  $\frac{\partial U}{\partial s}$  по заданному направлению  $\vec{s}$  и величину скорости наибольшего возрастания функции  $U$ ;
- 3) выполнить построение вектора  $\overrightarrow{grad}U(M_0)$  и линии уровня, проходящей через точку  $M_0$ , описать их взаимное расположение; построить вектор  $\vec{s}$ , сравнить его направление с направлением  $\overrightarrow{grad}U(M_0)$  и пояснить знак значения  $\frac{\partial U}{\partial s}$ .

**Задание 7**

Решить следующие задачи для векторных полей.

7.1 Проверить, является ли векторное поле  $\vec{F}$  потенциальным и соленоидальным, в случае потенциальности найти его потенциал:  $\vec{F} = (10x - 3yz)\vec{i} + (10y - 3xz)\vec{j} + (10z - 3xy)\vec{k}$ .

7.2 Найти поток  $\Pi$  векторного поля  $\vec{F}$  через полную поверхность пирамиды, ограниченной плоскостью  $\alpha$  и координатными плоскостями, в направлении внешней нормали к ее поверхности (непосредственно и по формуле Остроградского-Гаусса):

$$\vec{F} = (2x + 3y)\vec{i} + (2y - 3x)\vec{j} + (2z + 3x)\vec{k}, \quad \alpha: 4x + y + 2z = 4.$$

Оценка / баллы	Критерии оценивания
<b>Отлично / 19-20</b>	РГР выполнена полностью и успешно защищена; оформление решений аккуратное и четкое, обоснования грамотные.
<b>Хорошо / 17-18</b>	РГР выполнены полностью, но не являются достаточными теоретические обоснования шагов в решениях.
<b>Удовлетворительно / 14-16</b>	В решениях заданий РГР допущены грубые ошибки или большое количество недочетов, которые исправлены в режиме доработок.
<b>Неудовлетворительно / менее 14</b>	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены.

	ИЛИ Задание не выполнено.
--	------------------------------

### 3.2 Критерии и шкала оценивания защиты расчетно-графической работы

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант контрольного задания.

Задание 1. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ :  $z = e^{xy^2-5y}$

Задание 2. Вычислить:  $\iint_D x dx dy$ , если D ограничена линиями:  $y = x^3, x + y = 2, x = 0$

Задание 3. Вычислить  $\int_{AB} (4x^3 + y) dx + (x^2 - y) dy$ , где AB – отрезок прямой, соединяющий A(0,1) и B(3,4)

Задание 4. Проверить, является ли векторное поле  $\vec{a} = 6xz^2 \vec{i} + 3y^2 \vec{j} + 6x^2z \vec{k}$  потенциальным или соленоидальным.

Оценка / баллы	Критерии оценивания
<b>Отлично / 15-16</b>	Задание защиты РГР выполнены полностью; оформление решений аккуратное и четкое, обоснования грамотные.
<b>Хорошо / 13-14</b>	Задание защиты РГР выполнены полностью, но не являются достаточными теоретические обоснования шагов в решениях.
<b>Удовлетворительно / 10-12</b>	В решениях заданий защиты РГР допущены грубые ошибки или большое количество недочетов, которые исправлены в режиме доработок.
<b>Неудовлетворительно / менее 10</b>	Задания выполнены со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено.

### 3.3 Критерии и шкала оценивания контрольной работы

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант контрольного задания.

Задание 1

Исследовать сходимость числовых рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 4}{(2n)!}; \quad 2) \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{5\sqrt{5}} + \frac{1}{8\sqrt{8}} + \dots; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^2 + \sin \frac{1}{2^n}}.$$

Задание 2

Найти область сходимости и область расходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (x+2)^n}{(n+2) \cdot \ln(n+2)}$ .

Задание 3

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$ , указать область сходимости:

1)  $f(x) = \frac{1}{5+x}, x_0 = 2;$

2)  $f(x) = \sqrt[4]{16+x}, x_0 = 0.$

**Задание 4**

1) Составить разложение функции  $F(x) = \int_0^x \operatorname{arctg} 2x \, dx$  в ряд Маклорена (использовать стандартные разложения и свойства степенных рядов);

2) используя составленное разложение функции  $F(x)$ , вычислить приближенное значение интеграла  $\int_0^{0.1} \operatorname{arctg} 2x \, dx$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ .

**Задание 5**

Известно, что степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-4)^n$  сходится в точке  $x = 2$ . На основании этого факта и теории степенных рядов сделайте вывод о справедливости каждого из приведенных ниже утверждений и аргументируйте его: верно (+), неверно (-) или может быть как верно, так и неверно (?):

- 1) этот ряд сходится в точке  $x = 4$ ;
- 2) этот ряд сходится в точке  $x = 6$ ;
- 3) этот ряд сходится абсолютно в точке  $x = 3$ ;
- 4) этот ряд расходится в точке  $x = 1$ ;
- 5) радиус сходимости этого ряда меньше 2;
- 6) сумма ряда является непрерывной функцией  $S(x)$  в некоторой окрестности точки  $x = 5$ .

Оценка / баллы	Критерии оценивания
<b>Отлично / 19-20</b>	Задания выполнены полностью и правильно.
<b>Хорошо / 16-18</b>	Задания выполнены полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений. Все требования, предъявляемые к работе, выполнены.
<b>Удовлетворительно / 13-15</b>	В контрольной работе допущены грубые ошибки и (или) недочеты, исправленные после рецензии преподавателя. Обучающийся владеет основными обязательными умениями по проверяемой теме.
<b>Неудовлетворительно / менее 13 баллов</b>	Задания выполнены со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задания не выполнены.

### 3.4 Критерии и шкала оценивания индивидуального домашнего задания

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант контрольного задания.

**Задание 1**

Разложить в тригонометрический ряд Фурье периодическую функцию  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\pi; 0) \\ \sin x, & x \in [0; \pi] \end{cases}$ , имеющую наименьший период  $T = 2\pi$ . Составить сумму ряда  $S(x)$ .

**Задание 2**

Разложить в тригонометрический ряд Фурье периодическую функцию  $f(x) = x^2, x \in [-1; 1], T = 2$ . Составить сумму ряда  $S(x)$ .

**Задание 3**

Составить ряд Фурье в комплексной форме для периодической функции  $f(x) = e^{-2x}, T = 2\pi$ . Определить дискретный амплитудный спектр функции  $f(x)$ .

**Задание 4**

Составить представления функции  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \in [0; 1] \\ 0, & x \notin [0; 1] \end{cases}$  интегралом Фурье. Записать преобразования Фурье и определить непрерывный амплитудный спектр функции  $f(x)$ .

Оценка / баллы	Критерии оценивания
<i>Отлично / 14</i>	Задание выполнено полностью и правильно.
<i>Хорошо / 12-13</i>	Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений. Все требования, предъявляемые к работе, выполнены.
<i>Удовлетворительно / 10-11</i>	В контрольной работе допущены грубые ошибки и (или) недочеты, исправленные после рецензии преподавателя. Обучающийся владеет основными обязательными умениями по проверяемой теме.
<i>Неудовлетворительно / менее 10 баллов</i>	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено.

#### 4. Критерии и шкала оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении промежуточной аттестации

##### Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины (модуля) (зачет с оценкой)

Если обучающийся набрал зачетное количество баллов согласно установленному диапазону по дисциплине (модулю), то он считается аттестованным.

Оценка	Баллы	Критерии оценивания
<i>Отлично</i>	91 - 100	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
<i>Хорошо</i>	81 - 90	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
<i>Удовлетворительно</i>	60 - 80	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
<i>Неудовлетворительно</i>	менее 60	Зачетное количество согласно установленному диапазону баллов не набрано

#### 5.1 Задания диагностической работы для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках внутренней независимой оценки качества образования



ФОС содержит задания для оценивания знаний, умений и навыков, демонстрирующих уровень сформированности компетенций и индикаторов их достижения в процессе освоения дисциплины (модуля).

Комплект заданий разработан таким образом, чтобы осуществить процедуру оценки каждой компетенции, формируемых дисциплиной (модулем), у обучающегося в письменной форме.

Содержание комплекта заданий включает: *тестовые вопросы, расчетные задачи, тестовые задания.*

### Комплект заданий диагностической работы

<p><b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p> <p><b>ИД-1опк-1</b> Способен применять знания основ математики: <i>основные понятия теории дифференциального и интегрального исчисления функций нескольких переменных (ФНП), основные факты из теории рядов: числовых, степенных, тригонометрических рядов Фурье</i></p>	
1	<p><u>Тестовый вопрос</u> Укажите логическую связь между следующими утверждениями <math>P</math> и <math>Q</math>, а также название теоретического факта, который эту связь устанавливает:</p> <p><math>P</math>: функция <math>f(x, y)</math> является дифференцируемой в точке <math>M_0(x_0, y_0)</math>;</p> <p><math>Q</math>: <math>\Delta f(M_0) = df _{M_0} + o(\Delta\rho)</math>, <math>\Delta\rho = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}</math>;</p> <p><i>варианты ответа:</i> 1) <math>P \Rightarrow Q</math>, 2) <math>Q \Rightarrow P</math>, 3) <math>P \Leftrightarrow Q</math> 4) нет связи.</p>
2	<p><u>Расчетное задание</u> Используя двойной интеграл, вычислите значение площади (с точностью до <math>10^{-2}</math>) плоской фигуры, ограниченной указанными линиями:</p> $x^2 + y^2 = 2y, \quad y^2 - 2y + \frac{1}{2}x = 0.$
3	<p><u>Тестовое задание</u> Какие из предлагаемых интегралов можно вычислить приближенно с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Маклорена?</p> <p>1) <math>\int_1^3 \frac{\cos 2x}{x} dx</math>; 2) <math>\int_0^2 \frac{1}{1+x^4} dx</math>; 3) <math>\int_0^{0,3} \frac{1}{1+x^4} dx</math>.</p>

Комплекс заданий сформирован таким образом, чтобы осуществить процедуру проверки одной компетенции у обучающегося в течение 5-10 минут в письменной или устной формах. Содержание комплекса заданий по вариантам (не менее 5 вариантов) приведено ниже.

#### Вариант 1

##### 1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями  $P$  и  $Q$ , а также название теоретического факта, который эту связь устанавливает:

$P$ : функция  $f(x, y)$  является дифференцируемой в точке  $M_0(x_0, y_0)$ ;

$Q$ :  $\Delta f(M_0) = df|_{M_0} + o(\Delta\rho)$ ,  $\Delta\rho = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ ;

варианты ответа: 1)  $P \Rightarrow Q$ , 2)  $Q \Rightarrow P$ , 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , 4) нет связи.

## 2. Расчетное задание

Используя двойной интеграл, вычислите значение площади (с точностью до  $10^{-2}$ ) плоской фигуры, ограниченной указанными линиями:

$$x^2 + y^2 = 2y, \quad y^2 - 2y + \frac{1}{2}x = 0.$$

## 3. Тестовое задание

Какие из предлагаемых интегралов можно вычислить приближенно с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Маклорена?

$$1) \int_1^3 \frac{\cos 2x}{x} dx; \quad 2) \int_0^2 \frac{1}{1+x^4} dx; \quad 3) \int_0^{0.3} \frac{1}{1+x^4} dx.$$

Ответы к заданиям варианта 1:

1. 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , определение дифференцируемой ФНП в фиксированной точке.

2. 4,24. 3. только 1) и 3) .

## Вариант 2

### 1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями  $P$  и  $Q$ , а также название теоретического факта, который эту связь устанавливает:

$P$ : векторное поле  $\vec{F}(x, y, z)$  является потенциальным в односвязной области  $V \subset \mathbb{R}^3$

$Q$ :  $\text{rot} \vec{F} = \vec{0} \quad \forall (x, y, z) \in V$ ;

варианты ответа: 1)  $P \Rightarrow Q$ , 2)  $Q \Rightarrow P$ , 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , 4) нет связи.

### 2. Расчетное задание

Вычислите объём тела, ограниченного данными поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 1, \quad y + z = 4, \quad z = 0.$$

### 3. Тестовое задание

Укажите номера расходящихся рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n-1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2^{n+4}}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\alpha)}{n^2+1}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-2n}{4-5n}.$$

Ответы к заданиям варианта 2:

1. 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , необходимое и достаточное условие потенциальности векторного поля в односвязной области.

2.  $4\pi$  . 3. только 2) и 4) .

## Вариант 3

### 1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями  $P$  и  $Q$ , а также название теоретического факта, который эту связь устанавливает:

$P$ : функция  $f(x, y)$  является непрерывной в замкнутой области  $D \subset \mathbb{R}^2$ ;

$Q$ :  $\iint_D f(x, y) dS$  существует;

варианты ответа: 1)  $P \Rightarrow Q$ , 2)  $Q \Rightarrow P$ , 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , 4) нет связи.

## 2. Расчетное задание

Вычислите, с какой скоростью изменяется значение температуры  $T(x, y) = x^2 - 3y^2$  в точке  $M(1; 1)$  по направлению  $\vec{s} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ .

## 3. Тестовое задание

Укажите номер ряда, который является разложением функции  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  по степеням  $(x-2)$ :

- 1)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x-2)^n$ ,  $x \in (1; 3)$ ;      2)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x-2)^n$ ,  $x \in [1; 3]$ ;  
 3)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} (x-2)^n$ ,  $x \in (1; 3)$ ;      4)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} (x-2)^n$ ,  $x \in (-1; 1)$ .

Ответы к заданиям варианта 3:

1. 1)  $P \Rightarrow Q$ , достаточное условие существования двойного интеграла.

2. 5,2.    3. 3).

## Вариант 4

### 1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями  $P$  и  $Q$ , а также название теоретического факта, который эту связь устанавливает:

$P$ :  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = S$ ;       $Q$ :  $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ,  $S_n = \sum_{k=1}^n u_k$ ;

варианты ответа: 1)  $P \Rightarrow Q$ , 2)  $Q \Rightarrow P$ , 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , 4) нет связи.

## 2. Расчетное задание

Найдите наибольшую скорость, с которой изменяется скалярное поле  $U(x, y) = x^2 y - 2x \cdot \sqrt{y}$  в точке  $M(-1; 1)$ .

## 3. Тестовое задание

Укажите криволинейный интеграл, которые не зависят от формы линии интегрирования, и вычислите его значение по линии, соединяющей точки  $(0; 0)$  и  $(1; 2)$ :

- 1)  $\int_{(AB)} (x^2 - y^2) dx + (\sqrt{x} + y) dy$ ;      2)  $\int_{(AB)} (x + y^2) dx + 2xy dy$ .

Ответы к заданиям варианта 4:

1. 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , определение сходящегося числового ряда.    2.  $2\sqrt{5}$ .    3. 2) 6.

## Вариант 5

### 1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями  $P$  и  $Q$ , а также название теоретического факта, который эту связь устанавливает:

$$P: P(x, y)dx + Q(x, y)dy = dU(x, y)$$

$$Q: \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \forall (x, y) \in D \subset \mathbb{R}^2;$$

варианты ответа: 1)  $P \Rightarrow Q$ , 2)  $Q \Rightarrow P$ , 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , 4) нет связи.

## 2. Расчетное задание

Используя двойной интеграл, вычислите значение площади (с точностью до  $10^{-1}$ ) плоской фигуры, ограниченной указанными линиями:

$$y = e^x, \quad y = x - x^2, \quad x = 1, \quad x = 0.$$

## 3. Тестовое задание

Укажите номера сходящихся рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{7^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\alpha)}{n^3}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-n}{4+n}.$$

Ответы к заданиям варианта 5:

1. 3)  $P \Leftrightarrow Q$ , необходимое и достаточное условие для полного дифференциала функции двух переменных.

2. 1, 6. 3. только 2) и 3).

Шкала оценивания заданий одного варианта:

Оценка (баллы)	Критерии оценки
5 «отлично»	90-100 % правильных ответов
4 «хорошо»	70-89 % правильных ответов
3 «удовлетворительно»	50-69 % правильных ответов
2 «неудовлетворительно»	49% и меньше правильных ответов